2°) On considère la suite (I_n) définie sur $IN^*\setminus\{1\}$ par $U_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(t)\,dt$.

Donner une interprétation graphique de U_2. Calculer U_2.

3°) Soient les suites (V_n) et (W_n) définie par $V_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}} f_n(x)dx$ et $W_n=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f_n(x)dx$.

a) Montrer que pour tout $x\in IR_+$, $\frac{1}{x+1}\geq 1-x$ et que pour tout $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$, $\tan x\leq\frac{4}{\pi}x$.

b) En déduire que pour tout $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$, $1-\left(\frac{4}{\pi}x\right)^n\leq f_n(x)\leq 1$.

c) Montrer que la suite (V_n) converge vers un réel $\mathscr{L}$ que l'on précisera. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} W_n$.

EXERCICE N°3 :	**35'**	**6 points**	

Soit f la fonction définie par $f(x)=\int_0^x \frac{1}{1+t^2}dt$.

On désigne par (C_f) la courbe representative de f dans un repere othonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) Justifier que f est définie et croissante sur IR.

2°) Montrer que (C_f) passe par O et donner l'équation de la tangente à (C_f) en O.

3°) Soit g la fonction définie sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ par $g(x)=f(\tan x)=\int_0^{\tan x}\frac{dt}{1+t^2}$.

Démontrer que g est dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ et déterminer $g'(x)$.

4°) Déterminer $f(1)$ et $f\left(\sqrt{3}\right)$.

5°) Pour tout $x\in]0,+\infty[$, on pose $h(x)=f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)$.

Montrer que h est constante et déterminer cette constante.

6°) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

7°) Démontrer que f est une fonction impaire et tracer la courbe (C_f).

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn